



رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها

جلد ۲۰، شماره ۱، دی ۱۴۰۲

شاپا چاپی: ۲۳۴۵-۵۸۵۳ برخط: ۲۳۴۵-۵۸۶۱

شماره ویژه برای بزرگداشت تمبا دویه



دانشگاه شهید بهشتی
<http://cgasa.sbu.ac.ir>

به نام خدا

رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها

ویراستار ارشد مهدیه یآوری دانشگاه شهید بهشتی	مدیر فنی میثم مدنی	مدیرمسئول مژگان محمودی دانشگاه شهید بهشتی	سردبیر محمد مهدی ابراهیمی دانشگاه شهید بهشتی
----------------------------------------------------	-----------------------	-------------------------------------------------	----------------------------------------------------

هیأت تحریریه

علی اکبر استاجی دانشگاه حکیم سبزواری	محمد مهدی ابراهیمی دانشگاه شهید بهشتی	فریبرز آذرپناه دانشگاه شهید چمران
امیر دانشگر دانشگاه صنعتی شریف	ناصر حسینی دانشگاه شهید باهنر کرمان	رجبعلی برزویی دانشگاه شهید بهشتی
رضا عامری دانشگاه تهران	علیرضا سالمکار دانشگاه شهید بهشتی	محمد رضا رجبزاده مقدم دانشگاه فردوسی مشهد
علی معدنشکاف دانشگاه سمنان	مژگان محمودی دانشگاه شهید بهشتی	اکبر گلچین دانشگاه سیستان و بلوچستان
Victoria Gould University of York	Themba Dube University of South Africa	مرتضی منیری دانشگاه شهید بهشتی

اهداف: مجله «رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها» مجله‌ای بین‌المللی است که از زمستان ۱۳۹۲ چاپ می‌شود. دسترسی به آن آزاد است و هیچ پولی برای چاپ دریافت نمی‌کند. این مجله، مقاله‌های کیفی و اصیل پژوهشی را در دو شاخه‌ی اصلی رسته‌ها (به ویژه رسته‌های جبرهای معادله‌ای، رسته‌های جبری، توبولوژیکی و کاربردهای آنها در ریاضیات و علوم کامپیوتر) و ساختارهای کلی جبری (نه لزوماً کلاسیک، به ویژه نیم‌گروه‌ها، کنش نیم‌گروه، اتوماتا، مجموعه‌های مرتب، شامل مجموعه‌های مرتب کامل و کامل سوئی، فریم، ساختارهای جبری مرتب، مشبکه و انواع آن، شبه‌گروه، ابر جبر، و کاربردهای آنها در ریاضیات و علوم کامپیوتر) به زبان انگلیسی به چاپ می‌رساند.



مجله در فهرست بین‌المللی Web of Science نمایه شده و از سال ۲۰۱۶ در فهرست مجلات ESCI قرار گرفته است.

مجله از سال ۲۰۱۷ در اسکوپوس (Scopus) نمایه می‌شود.

مجله در پایگاه استنادی علوم جهان اسلام (ISC) نمایه شده است.



مجله «رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها» طی نامه شماره ۶۴۶۸۲/۱۸/۳ مورخ ۶/۴/۱۳۹۴ کمیسیون نشریات علمی کشور درجه علمی-پژوهشی دریافت نمود.

مجله در فهرست بین‌المللی MathSciNet قرار گرفته است، و مقاله‌های آن مرور ریاضی Mathematical Reviews می‌شوند.



مجله در فهرست بین‌المللی zbMATH (Zentralblatt Math) قرار گرفته است.

آدرس: تهران، اوین، دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده علوم ریاضی

کد پستی: ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳

تلفن و دورنگار: ۰۲۱-۲۲۴۳۱۶۵۲

<http://cgasa.sbu.ac.ir>

**ABSTRACTS
IN
PERSIAN**

چکیده‌ی مقاله‌ها به فارسی

فهرست مطالب

- ۱ مصاحبه‌ای با تمبا اندرو دوبه
ای. نایدو
- ۲ تجلیل از پروفیسور تمبا دوبه
ای. نایدو
- ۳ یادداشت‌هایی درباره‌ی قسمت فضایی یک فریم
ای. آریتا، جی. پیکادو، و ای. پولتر
- ۴ گروه‌های شبکه‌ای - مرتب ارشمیدسی α - قابل پیش‌بینی و به صورت جانبی α - کامل
به همراه واحد ضعیف از طریق توپولوژی
ای. وود هاگر و بی. وین
- ۵ S - متریک‌پذیری و پایه‌ی وال من یک فریم
سی. راتیلال
- ۶ کمی بیشتر درباره‌ی ایده‌آل‌های وابسته به زیرلوکال‌ها (زیرقاب‌ها)
او. ایگدو، جی. واکشو کیونگا و دی. نیاموسی استفان
- ۷ درباره‌ی درون‌بری تک - لوکال (تک - قاب) در متریک‌های مدولار
او. اوللا اوتافودو و تی. اوداسیوس فاو
- ۸ حاصل ضرب‌های مستقیم نیم‌گروه‌های دوری و نیم‌گروه‌های صفر چپ در $\beta\mathbb{N}$
وای. زلنیوک
- ۹ فضا‌های توپولوژیک در مقابل فریم‌ها در توپوس M - مجموعه‌ها
ام. محمودی و ای.اچ. نجاج

مصاحبه‌ای با تمبا اندرو دوبه

ایندراسان نایدو

این مقاله، مصاحبه‌ای با پروفسور تمبا اندرو دوبه است که فعالیت‌های آکادمیک او که ساختارهای جبری مرتب، فریم‌ها (لوکال‌ها)، نظریه‌ی رسته و حلقه‌های تابع بدون نقطه را دربرمی‌گیرد، به تصویر می‌کشد. گفتگوی میان نویسنده و دوبه برخی از کارهای دانشجویی دکتر دوبه را نشان می‌دهد که بر مسیر پژوهشی او اثر گذاشته است. کار مشترک دوبه و روابط او با دانشمندان برجسته‌ی داخلی و بین‌المللی در گفتگو رد و بدل می‌شود. همچنین شهروندی دانشگاهی دوبه را در *Quaestiones Mathematicae*، مجله‌ی جامعه‌ی ریاضی آفریقای جنوبی، زمانی که سردبیر بود روایت می‌کنیم. این مقاله، تاریخی ارزشمند از مشارکت دوبه در چشم‌انداز ریاضی آفریقای جنوبی و پراکندگی ریاضی آفریقا ارائه می‌دهد.

تجلیل از پروفیسور تمبا دوبه

ایندراسان نایدو

این اولین مقاله‌ی مروری است که مشارکت‌های ریاضی تمبا دوبه را در توپولوژی بدون نقطه و ساختارهای جبری مرتب نشان می‌دهد. کارهای برجسته و خدمات دوبه به این رشته را با شروع اولیه کار در فریم‌های نزدیکی پوشش می‌دهیم. جنبه‌های اساسی کار دوبه را در فریم‌های ساختاریافته بررسی می‌کنیم. مقاله در همه مضامین اولیه‌ی نزدیکی، متریک‌سازی و ساختارهای یکنواختی، برداشت‌های دوبه را در مقاله‌های منتشر شده‌ی مستقل و مشترک او دنبال و ارائه می‌کند. زیررسته‌های مرتبط با این فریم‌های ساختاریافته مورد بحث قرار می‌گیرند. همچنین نقش دوبه را در برخی از جنبه‌های رسته‌ای کارهای او، همچون βL ، λL و vL نشان می‌دهیم.

یادداشت‌هایی درباره‌ی قسمت فضایی یک فریم

ایگور آریتا، جورج پیکادو، و آلس پولتر

هر لوکال (فریم، قاب) L دارای یک زیرلوکال فضایی تولید شده با اول‌ها (نقاط طیف)، قسمت فضایی فریم $\text{Sp}L$ است. در این مقاله، درباره‌ی برخی ویژگی‌های نشاننده‌های $\text{Sp}L \subseteq L$ بحث می‌کنیم. در ابتدا، رفتار قسمت فضایی در مونتاژ را تجزیه و تحلیل می‌کنیم: نقاط L و $S(L)^{\text{op}}$ (هم‌نهشتی فریم \cong) در یک تناظر یک به یک طبیعی هستند درحالی‌که توپولوژی‌های $\text{Sp}L$ و $\text{Sp}(S(L)^{\text{op}})$ متفاوت هستند. سپس روی برخی انواع خاص نشاننده‌های $\text{Sp}L$ به L تمرکز می‌کنیم، به ویژه در این سوال‌ها که $\text{Sp}L$ متمم‌دار است، بسته است یا باز است. در بخش اول، L کلی است ولی در اینجا، برخی محدودیت‌ها (اصول جداسازی ضعیف) را برای به دست آوردن فرمول‌های مناسب نیاز داریم.

گروه‌های مشبکه‌ای - مرتب ارشمیدسی α - قابل پیش‌بینی و به صورت جانبی α - کامل به همراه واحد ضعیف از طریق توپولوژی

آنتونی وود هاگر و برایان وین

فرض کنیم \mathbf{W} رسته‌ی گروه‌های مشبکه‌ای - مرتب ارشمیدسی به همراه واحد ترتیبی ضعیف، \mathbf{Comp} رسته‌ی فضاها‌ی هاسدورف فشرده، و $\mathbf{W} \xrightarrow{Y} \mathbf{Comp}$ تابعگون یوسیدا باشد که یک \mathbf{W} - شیء A را به صورت متشکل از توابع حقیقی - مقدار گسترش یافته‌ی $A \leq D(YA)$ و منحصر به فرد برای ویژگی‌های مختلف نشان می‌دهد. این منجر به آینه‌های توپولوژیکی برای ویژگی‌های جبری گوناگون (\mathbf{W} - نظری) می‌شود که تجزیه و تحلیل دقیق مورد دوم را ارائه می‌دهد. این مطلب را برای زیرکلاس‌های α - قابل پیش‌بینی و شیء‌های به صورت جانبی α - کامل، که با $P(\alpha)$ و $L(\alpha)$ نمایش می‌دهیم، و در آن α یک عدد اصلی نامتناهی منظم یا ∞ است، به کار می‌بریم. هر \mathbf{W} - شیء A دارای توسیع‌های اساسی مینیمم یکتای $A \leq p(\alpha)A \leq l(\alpha)A$ به ترتیب در کلاس‌های $P(\alpha)$ و $L(\alpha)$ است، و فضاها‌ی $Yl(\alpha)A$ و $Yp(\alpha)A$ قابل تشخیص هستند (در بیشتر موارد)؛ سپس می‌نویسیم که $p(\alpha)A$ و $l(\alpha)A$ به عنوان تابع روی این فضاها چگونه هستند. عملگرهای $p(\alpha)$ و $l(\alpha)$ را مقایسه می‌کنیم؛ نشان می‌دهیم هر دو، بستار را تحت هم‌ی عمل‌های تابعی ضمنی که متناهی هستند حفظ می‌کنند. حالت‌هایی که $A = C(X)$ را به صورت ویژه مورد توجه قرار می‌دهیم. به ویژه، اگر $l(\alpha)C(X) = C(Yl(\alpha)C(X))$ ($\omega < \alpha$) متناهی است. اما برای X نامتناهی، $p(\alpha)C(X)$ برخی مواقع با $C(Yp(\alpha)C(X))$ برابر است و در برخی مواقع نیست.

S -متریک‌پذیری و پایه‌ی وال من یک فریم

سرن راتیلال

پایه‌ی وال من یک فریم و فشرده‌سازی متناظر آن اولین بار توسط بابولال مورد بررسی قرار گرفت [۲]. در این مقاله، یک مشخص‌سازی ذاتی برای S -متریک‌پذیری بر اساس پایه‌ی وال من یک فریم فراهم می‌کنیم. به ویژه، نشان می‌دهیم یک فریم همبند، موضعاً همبند، S -متریک‌پذیر است اگر و تنها اگر دارای یک پایه‌ی وال من شمارای موضعاً همبند و همبند یکنواخت باشد.

کمی بیشتر درباره‌ی ایده‌آل‌های وابسته به زیرلوکال‌ها (زیرقاب‌ها)

اوگنتگا ایگدو، گریس واکشو کیوونگا و دورکا نیاموسی استفان

به گونه متداول، فرض کنیم RL حلقه‌ی توابع پیوسته‌ی حقیقی-مقدار روی یک فریم کاملاً منظم L باشد. فرض کنیم βL و λL ، به ترتیب فشرده‌سازی استون-چک L و هم‌بازتاب لیندلف L باشند. یک روش طبیعی برای وابسته کردن هر زیرلوکال βL به دو ایده‌آل از RL وجود دارد، که از موقعیت مشابه در $C(X)$ الهام گرفته شده است. در [۱۲]، نویسندگان یک گام جلوتر رفته و با روشی مشابه با یکی از روش‌هایی که برای زیرلوکال‌های βL انجام می‌شود، هر زیرلوکال λL را به یک ایده‌آل از RL ، وابسته می‌کنند. هدف این مقاله، تقویت [۱۲] با بررسی دو هم‌بازتاب دیگر به نام هم‌بازتاب‌های حقیقی فشرده و پیرافشرده است.

نشان می‌دهیم M -ایده‌آل‌های RL که با زیرلوکال‌های βL اندیس‌گذاری شده‌اند، دقیقاً اشتراک‌های ایده‌آل‌های ماکسیمال RL هستند. یک M -ایده‌آل از RL استوار است اگر به فرم M_S برای زیرلوکال S از L باشد. تعریفی مشابه برای یک O -ایده‌آل از RL بیان کرده‌ایم. M -ایده‌آل‌های RL که با زیرلوکال‌های فضایی βL اندیس‌گذاری شده‌اند، و O -ایده‌آل‌های RL را که با زیرلوکال‌های بسته‌ی βL اندیس‌گذاری شده‌اند، را بر حسب ایده‌آل‌های ماکسیمال استوار RL مشخص‌سازی می‌کنیم.

درباره‌ی درون‌بری تک-لوکال (تک-قاب) در متریک‌های مدولار

اولیویه اوللا اوتافودو و تلوتلو اوداسیوس فاو

مطالعه‌ی مفهوم درون‌بری تک-لوکال را در زمینه متریک‌های مدولار ادامه می‌دهیم. این مفهوم در فضاها‌ی متریک و فضاها‌ی شبه-متریک توسط نویسندگان مختلف و با انگیزه‌های متفاوت مطالعه شده است. در این مقاله، نتایج معروف درباره‌ی درون‌بری تک-لوکال از نقطه نظر متریک را به چارچوب متریک‌های مدولار توسعه می‌دهیم. به ویژه، نشان می‌دهیم هر خود-نگاشت $\psi : X_w \rightarrow X_w$ با ویژگی $w(\lambda, \psi(x), \psi(y)) \leq w(\lambda, x, y)$ ، دارای حداقل یک نقطه‌ی ثابت است، در صورتی که گردایی همه‌ی زیرمجموعه‌های q_w -قابل قبول X_w ، فشرده و نرمال باشند.

حاصل ضرب‌های مستقیم نیم‌گروه‌های دوری و نیم‌گروه‌های صفر چپ در $\beta\mathbb{N}$

یولیا زلنیوک

نشان می‌دهیم برای هر $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل ضرب مستقیم نیم‌گروه دوری از مرتبه n و دوره ۱ با نیم‌گروه صفر چپ 2^c ، نسخه‌هایی در $\beta\mathbb{N}$ دارد.

فضاهای توپولوژیک در مقابل فریم‌ها در توپوس M - مجموعه‌ها

مژگان محمودی و امیر همایون نجاح

در این مقاله، فضاهای توپولوژیک و فریم‌ها و تقابل آنها را در توپوس بافه‌ای M - مجموعه‌ها برای تکواره M مطالعه می‌کنیم. درونی سازی فریم زیرمجموعه‌های باز توپولوژی‌ها و توپولوژی نقطه‌های فریم‌ها را در جهان خود معرفی می‌کنیم. سپس تابعگونی‌هایی بین رسته توپولوژی‌ها و رسته فریم‌های جهان خود می‌یابیم. نشان می‌دهیم که برخلاف حالت کلاسیک، این تابعگونی‌ها لزوماً در حالتی که M یک تکواره دلخواه است، رابطه الحاقی ندارند، ولی در برخی حالت‌ها، چون وقتی M یک گروه است، الحاقی تشکیل می‌دهند. به علاوه، مفاهیم سوبر بودن و فضایی بودن را به ترتیب برای فضاهای توپولوژیک و فریم‌های جهان خود، معرفی و مطالعه می‌کنیم. نشان می‌دهیم که اگر M گروه باشد، تحدید الحاقی به توپولوژی‌های سوبر و فریم‌های فضایی یکریختی می‌شود.