



# رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها

جلد ۱۵، شماره ۱، تیر ۱۴۰۰

شاپا چاپی: ۵۸۵۳-۲۳۴۵ برخط: ۵۸۶۱-۲۳۴۵



دانشگاه شهید بهشتی  
<http://cgasa.sbu.ac.ir>

به نام خدا

## رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها

مدیر داخلی میثم مدنی	مدیر مسئول مژگان محمودی دانشگاه شهید بهشتی	سر دبیر محمد مهدی ابراهیمی دانشگاه شهید بهشتی
-------------------------	--	---

### هیأت تحریریه

علی اکبر استاجی دانشگاه حکیم سبزواری	محمد مهدی ابراهیمی دانشگاه شهید بهشتی	فریبرز آذرپناه دانشگاه شهید چمران
امیر دانشگر دانشگاه صنعتی شریف	ناصر حسینی دانشگاه شهید باهنر کرمان	رجبعلی برزویی دانشگاه شهید بهشتی
رضا عامری دانشگاه تهران	علیرضا سالمکار دانشگاه شهید بهشتی	محمد رضا رجبزاده مقدم دانشگاه فردوسی مشهد
علی معدنشفاف دانشگاه سمنان	مژگان محمودی دانشگاه شهید بهشتی	اکبر گلچین دانشگاه سیستان و بلوچستان
Victoria Gould University of York	Themba Dube University of South Africa	مرتضی منیری دانشگاه شهید بهشتی

**اهداف:** مجله «رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها» مجله‌ای بین‌المللی است که از زمستان ۱۳۹۲ چاپ می‌شود. دسترسی به آن آزاد است و هیچ پولی برای چاپ دریافت نمی‌کند. این مجله، مقاله‌های کیفی و اصیل پژوهشی را در دو شاخه‌ی اصلی رسته‌ها (به ویژه رسته‌های جبرهای معادله‌ای، رسته‌های جبری، توپولوژیکی و کاربردهای آنها در ریاضیات و علوم کامپیوتر) و ساختارهای کلی جبری (نه لزوماً کلاسیک، به ویژه نیم‌گروه‌ها، کنش نیم‌گروه، اتوماتا، مجموعه‌های مرتب، شامل مجموعه‌های مرتب کامل و کامل سوی، فریم، ساختارهای جبری مرتب، شبکه و انواع آن، شبه‌گروه، ابر جبر، و کاربردهای آنها در ریاضیات و علوم کامپیوتر) به زبان انگلیسی به چاپ می‌رساند.



مجله در فهرست بین‌المللی Web of Science نمایه شده و از سال ۲۰۱۶ در فهرست مجلات ESCI قرار گرفته است.

مجله از سال ۲۰۱۷ در اسکوپوس (Scopus) نمایه می‌شود.

مجله در پایگاه استنادی علوم جهان اسلام (ISC) نمایه شده است.



مجله «رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها» طی نامه شماره ۳/۱۸/۶۴۶۸۲/ مورخ ۱۳۹۴/۴/۶ کمیسیون نشریات علمی کشور درجه علمی-پژوهشی دریافت نمود.

مجله در فهرست بین‌المللی MathSciNet قرار گرفته است، و مقاله‌های آن مرور ریاضی Mathematical Reviews می‌شوند.

مجله در فهرست بین‌المللی zbMATH (Zentralblatt Math) قرار گرفته است.

آدرس: تهران، اوین، دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده علوم ریاضی  
کد پستی: ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳  
تلفن و دورنگار: ۰۲۱-۲۲۴۳۱۶۵۲  
<http://cgasa.sbu.ac.ir>

**ABSTRACTS  
IN  
PERSIAN**

چکیده‌ی مقاله‌ها به فارسی



# فهرست مطالب

- ۱ نیم گروه‌های پر-خودتوان میانی  
عبدالسلام ال-کوالالی
- ۲ پیش-نگاره‌ی توابع در  $C(L)$   
علی رضایی علی‌آباد و مراد محمودی
- ۳ ویژگی‌های تخت بودن کنش‌ها روی نیم گروه‌ها  
والدیس لن، اولو ریما، لوری تارت، و الری تئور
- ۴ ساختارهای سادگی روی ۳-کره و هاخشیلد مانستگی تعمیم یافته از مرتبه بالا  
ساموئل کارلوس و ژاکوب لوباچر
- ۵ شش مدل رسته‌ها برای هموتوبی سودار  
فیلیپ گوچر
- ۶ ساختن مقدماتی بالا-تابعگون صوری  
دیوید مایکل روبرتس
- ۷ در باره‌ی ریختی‌های اپیک و نیم گروه‌های با ساختار منظم  
شاه، بانو، آهنگر، و اشرف
- ۸  $(b, c)$ -وارون، وارون در امتداد یک عضو، و رسته‌ی شوتزنگر نیم گروه  
خاویر ماری

## نیم گروه‌های پر-خودتوان میانی

عبدالسلام ال-کوالالی

تاثیر وجود یک خودتوان میانی، یا یک خودتوان مرتبط، در هر نیم گروه پر-خودتوان میانی موضوع مورد مطالعه در این مقاله است. هدف این است که ترتیبی طبیعی روی نیم گروه پر-خودتوان میانی  $S$ ، که دارای خودتوان میانی ضربی فراخ  $u$  است، تعریف کنیم به طوری که  $\mathcal{L}^*$  و  $\mathcal{R}^*$  با ترتیب طبیعی سازگار باشند و  $u$  بزرگ‌ترین خودتوان باشد. ساختار نیم گروه پر-خودتوان شامل خودتوان میانی طبیعی که در [۶] مطالعه شد را مرور می‌کنیم.

## پیش-نگاره‌ی توابع در $C(L)$

علی رضایی علی‌آباد و مراد محمودی

فرض کنیم  $C(L)$  حلقه‌ی توابع حقیقی پیوسته روی یک قاب  $L$  باشد و  $S \subseteq \mathbb{R}$ . عضو  $\alpha \in C(L)$  را یک همپوشانی  $S$  می‌گوییم و با  $S \blacktriangleleft \alpha$  نشان می‌دهیم، هرگاه برای هر دو مجموعه‌ی باز  $u$  و  $v$  در  $\mathbb{R}$ ،  $u \cap S \subseteq v \cap S$ ، نتیجه دهد که  $\alpha(u) \leq \alpha(v)$ . این مفهوم را ابتدا ابولقاسم کریمی، علی اکبر استاجی، و رباط-سریوشی در

Pointfree version of image of real-valued continuous functions (2018)

معرفی کردند. اگرچه این مفهوم مدل خوبی برای هدف آنهاست، ولی تعریف روشنی برای نگاره‌ی توابع پیوسته در توپولوژی بی‌نقطه به دست نمی‌دهد. در این مقاله، مفهوم پیش-نگاره، به نمایش  $\text{pim}$  را به عنوان نسخه‌ی بی‌نقطه نگاره‌ی توابع پیوسته حقیقی روی یک فضای توپولوژیک  $X$ ، معرفی می‌کنیم. این مفهوم را بررسی می‌کنیم و علاوه بر نشان دادن  $\text{pim}(\alpha) = \bigcap \{S \subseteq \mathbb{R} : \alpha \blacktriangleleft S\}$ ، خواهیم دید که این مفهوم جایگزین خوبی برای نگاره توابع پیوسته حقیقی است. برای مثال، تحت شرایطی دست یافتنی، ثابت می‌کنیم که

$$\text{pim}(\alpha \vee \beta) \subseteq \text{pim}(\alpha) \cup \text{pim}(\beta), \quad \text{pim}(\alpha \wedge \beta) \subseteq \text{pim}(\alpha) \cap \text{pim}(\beta),$$

$$\text{pim}(\alpha\beta) \subseteq \text{pim}(\alpha)\text{pim}(\beta), \quad \text{pim}(\alpha + \beta) \subseteq \text{pim}(\alpha) + \text{pim}(\beta).$$

## ویژگی‌های تخت بودن کنش‌ها روی نیم‌گروه‌ها

والدیس لن، اولو ریما، لوری تارت، و الری تئور

در این مقاله، ویژگی‌های تخت بودن (عقب‌بر تخت بودن، تخت بودن حدی، تخت بودن حدی متناهی) کنش‌های روی نیم‌گروه‌ها را مطالعه می‌کنیم. این مفاهیم با شرط حفظ شدن برخی انواع حد توسط ضرب تانسوری یک کنش تعریف می‌شوند. با استفاده از شرط‌های (P) و (E) توصیفی از عقب‌بر تخت بودن کنش‌های سخت ارائه می‌کنیم. همچنین، هم‌ریختی‌های پوشای خالص و ارتباط آنها با کنش‌های به‌طور متناهی نمایش‌پذیر و عقب‌بر تخت بودن کنش‌ها را مطالعه می‌کنیم. این ویژگی‌های تخت بودن را در رسته‌ی کنش‌ها، و همچنین در رسته‌ی کنش‌های یکانی و در رسته‌ی کنش‌های سخت، که به‌طور طبیعی در نظریه‌ی موریتای نیم‌گروه‌ها مطرح می‌شوند، مطالعه می‌کنیم.



## ساختارهای سادگی روی ۳- کره و هاشیلد مانستگی تعمیم یافته از مرتبه بالا

ساموئل کارلوس و ژاکوب لوباچر

در این مقاله، ساختار سادگی مجتمع زنجیری متناظر به هاشیلد مانستگی از مرتبه بالا روی ۳- کره را بررسی می‌کنیم. همچنین، هاشیلد مانستگی سوم متناظر به پنج تایی  $(A, B, C, \varepsilon, \theta)$ ، که بعد از مرتب کردن عضوها به صورتی مناسب، طبیعی می‌شود را معرفی می‌کنیم. این نتیجه‌ها را به وسیله تجزیه‌ی ستون-مانند در زمینه‌ی مدول‌های سادگی اثبات می‌کنیم. در پایان، هاشیلد مانستگی را روی مجموعه‌های سادگی سه تایی تعمیم می‌دهیم، که یک درک هندسی طبیعی به دست می‌دهد.

## شش مدل رسته‌ها برای هموتوبی سودار

### فیلیپ گوچر

یک ساختار  $q$ -مدل، یک  $h$ -مدل، و یک  $m$ -مدل روی  $d$ -فضاهای چند نقطه‌ای و روی شارش‌ها می‌سازیم. این دو ساختار  $q$ -مدل ترکیبیاتی و چپ معین هستند و بر ساختارهای ترکیبیاتی از قبل شناخته شده روی این رسته‌ها منطبق هستند. چهار مدل ساختاری دیگر (دو ساختار  $m$ -مدل و دو  $h$ -مدل) قابل دسترس هستند. مثالی از فضای چند نقطه‌ای و شارش، که در هیچ مدل ساختار کلافی نیستند، ارائه می‌کنیم. توضیح می‌دهیم که چرا ساختارهای  $m$ -مدل، هم‌ارز کوبیلین با ساختار  $q$ -مدل در یک رسته، رفتار بهتری از ساختارهای  $q$ -مدل دارند.

## ساختن مقدماتی بالا-تابعگون صوری

دیوید مایکل روبرتس

این مقاله یک ساختار مقدماتی و صوری ۲-رسته‌ای از یک دو-رسته‌ی کسره‌ای راست، مشابه بالا-تابعگون‌ها، ارائه می‌دهد. با یک ۲-رسته‌ی مجهز به خانواده‌ای از نگاشت‌های پوششی آغاز می‌کنیم که کاملاً صادق و هم-کاملاً صادق هستند.

## در باره‌ی ریختی‌های اپیک و نیم‌گروه‌های با ساختار منظم

شاه، بانو، آهنگر، و اشرف

در این مقاله، ریختی‌های اپیک، دامنه‌ها، و ویژگی‌های مرتبط با آنها را، برای دسته‌هایی از نیم‌گروه‌های  $(n, m)$ -منظم، برای هر زوج  $(n, m)$  از اعداد صحیح مثبت، مطالعه می‌کنیم. در بخش ۲، بعد از معرفی کوتاه این نیم‌گروه‌ها، ثابت می‌کنیم که دسته‌ی  $(n, m)$ -نیم‌گروه‌های معکوس تعمیم یافته، تحت نگاره مورفی بسته است. سپس نتیجه اصلی این بخش را اثبات می‌کنیم که دسته‌ی  $(n, m)$ -نیم‌گروه‌های معکوس تعمیم یافته، اشیاء شده هستند و در نتیجه، در رسته‌ی نیم‌گروه‌ها، ریختی‌های اپیک دقیقاً پوشا هستند. در پایان، در بخش آخر، ثابت می‌کنیم که وارپته‌ی باندهای با ساختار  $(\circ, n)$ -چپ منظم در وارپته‌ی باندهای  $(\circ, k)$ -چپ منظم، برای همه اعداد صحیح مثبت  $k$  و  $n$  با  $1 \leq k \leq n$ ، اشیاء شده هستند.

## $(b, c)$ -وارون، وارون در امتداد یک عضو، و رسته‌ی شوتزنگر نیم‌گروه

خاویر ماری

نشان می‌دهیم که  $(b, c)$ -وارون و وارون در امتداد یک عضو در نیم‌گروه، وقتی به عنوان ریختی در رسته‌ی شوتزنگر نیم‌گروه در نظر گرفته می‌شوند، در واقع وارون واقعی هستند. کاربردهایی از قانون ترتیب معکوس ارائه داده می‌شود.